گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

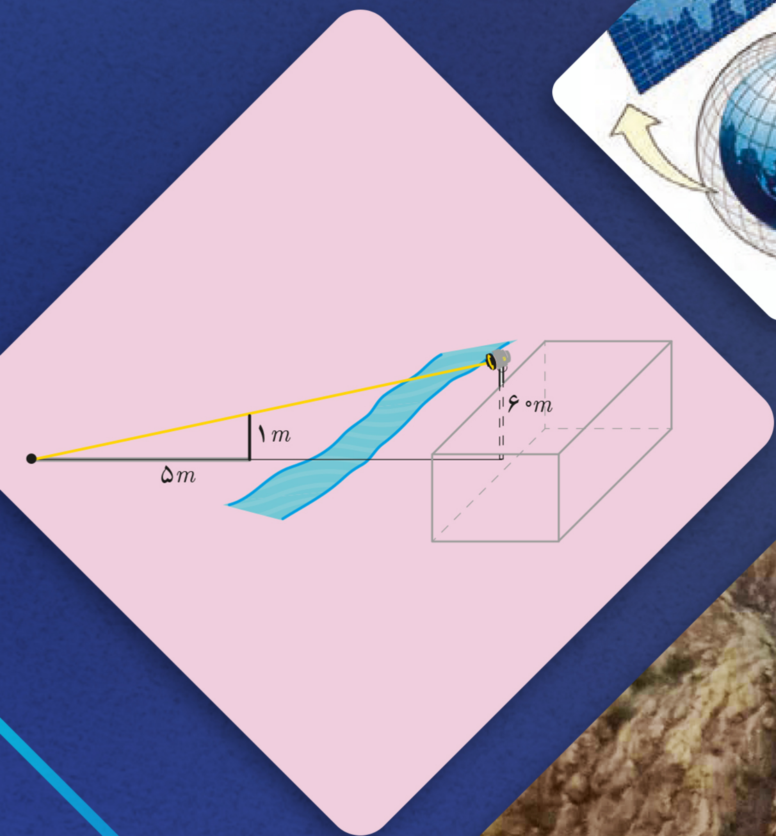
ویژهٔ پایهٔ یازدهم

آذر ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

ریاضی ۲ (رشته علوم تجربی)



۱۴۰۳_۱۴۰۴

اسامی هیئت‌علمی ارزشیابی‌های تشریحی مؤسسه گزینه‌دو در سال تحصیلی ۱۴۰۴_۱۴۰۳

- معاون تولید محتوا: **علی الفتی**
- مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: **سید ایمان مصلح**

گروه ریاضی

مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

		طراحان
حسابان و ریاضی پایه	**مسئول درس:** علیرضا فاطمی **دستیار:** مهدی پوررضایی	حسین شفیع‌زاده، علیرضا فاطمی، سید امیرمحمد سید شاکری
هندسه	**مسئول درس:** محمدرضا صیدآبادی **دستیار:** هادی کاظم‌نژاد	سیدمحسن میراسلامی، امیدرضا پورحسینی، هادی کاظم‌نژاد، سعید اکبرزاده
ریاضیات گسسته	**مسئول درس:** حسین اسدزاده	سعید اکبرزاده، سوگند روشنی، پارمیدا هادی‌پور
ریاضی تجربی	**مسئول درس:** امیرحسین شریفیان **دستیار:** امین کبیری	ایمان اردستانی، محمد خان‌گلدی
ریاضی انسانی	**مسئول درس:** عباس سعیدی **دستیار:** امیرحسین حریری	امیدرضا پورحسینی، محمد منتظران، حسین خواجه‌وند، حسین افسری، مجید یوسف‌زاده

گروه علوم

مدیر گروه: محمدحسین کشانی

		طراحان
زیست شناسی	**مسئول درس:** علی جوهری	امیر کبیری‌راد، منصوره رئیس‌دانا، بتول خواجه‌پور
فیزیک	**مسئول درس:** مهدی نیکوگفتار	احمد رضوانی، مهرناز طلوع‌شمس، مریم حیدری، یوسف صباغی
شیمی	**مسئول درس:** محمد وحیدی	شهرام شاه‌پرویزی، محمد وحیدی، سبحان دقیق، محمدعلی توسلی‌فر
زمین شناسی	**مسئول درس:** شکیبا کریمی	فرزانه رجایی، حسن علی‌محمدی
انسان و محیط زیست	**مسئول درس:** شکیبا کریمی	محبوبه کاظمی
سلامت و بهداشت	**مسئول درس:** علیرضا رضایی‌نیا	علیرضا رضایی‌نیا

اسامی هیئت‌علمی ارزشیابی‌های تشریحی مؤسسه گزینه‌دو در سال تحصیلی ۱۴۰۴_۱۴۰۳

- معاون تولید محتوا: **علی الفتی**
- مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: **سید ایمان مصلح**

گروه عمومی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

		طراحان
ادبیات فارسی	**مسئولین درس:** عماد فیض‌آبادی، محسن ابراهیم‌تهرانی	ابوالفضل غلامی، افشین محی‌الدین، احسان محسنی، عماد فیض‌آبادی، محسن ابراهیم‌تهرانی
دین و زندگی	**مسئولین درس:** علی‌اکبر آخوندی، زهرا محمدی	محمد کریمی، علیرضا دلشاد، علی‌اکبر آخوندی، زهرا محمدی، محبوبه ابتسام
زبان انگلیسی	**مسئول درس:** سعید ابراهیمی	علی عاشوری، سعید ابراهیمی، امین امیدوار

گروه انسانی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

		طراحان
علوم و فنون ادبی	**مسئول درس:** فاطمه اکران	فاطمه اکران، گلاویژ جلالی، مینا پژنگ، مهراوه مجتهد
جامعه شناسی	**مسئول درس:** الهام رضایی **دستیار:** فاطمه صفری	فروغ تیموریان، آزیتا بیدقی، علیرضا مختاری، الهام میرزایی، آزاده میرزایی، الهام رضایی
روان شناسی	**مسئول درس:** سیده ضحی سکاکی **دستیار:** حسین اصفهانی	مهدی پارچه‌باف
زبان عربی	**مسئولین درس:** پویا رضاداد، مائده خدایاری **دستیار:** سارا حمزه	اسرافیل قربان‌پور، محسن احدی، کیارش پورمهدی، امینه کارآمد، زهرا فرزانه
تاریخ	**مسئول درس:** الناز گنج‌کار **دستیار:** الهه ریاحی‌نسب	مهسا اصغری، سامان بهری، زهره قموشی، الهه ریاحی‌نسب
جغرافیا	**مسئول درس:** وجیهه صادقی	بهروز یحیی، مهسا اصغری، الهه ریاحی‌نسب
فلسفه و منطق	**مسئول درس:** نگین تربتی	اکرم یاسری، حسین صادقی، سیاوش خداشناس
اقتصاد	**مسئول درس:** امیر محمدبیگی **دستیار:** محمدرضا مبارکی	آیدانا رستمی
هویت اجتماعی	**مسئول درس:** الهام رضایی **دستیار:** فاطمه صفری	رضا کیانپور

-۱

الف) ۱-

نکته: دو خطِ غیرموازی با محورهای مختصات بر هم عمودند، هرگاه حاصل‌ضرب شیب‌های آن‌ها برابر (-1) باشد؛ یعنی اگر شیب‌های دو خط، m و m' باشد، آن‌گاه شرط عمود بودن آن‌ها این است که $mm' = -1$؛ به عبارت دیگر شیب هر کدام، قرینهٔ معکوس شیب دیگری باشد.

ب) $x^۲ - ۳x - ۲ = ۰$ (یا ضرایب آن)

نکته: معادلهٔ درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌های آن P باشد را می‌توان به‌صورت $x^۲ - Sx + P = ۰$ نوشت.

پ) $\sqrt{۵} + ۱$

ت) نیمساز زاویه

نکته: هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصلهٔ یکسان باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

-۲

الف) نادرست

نکته: اگر A و B دو نقطهٔ هم‌عرض در صفحه باشند، آن‌گاه: $AB = |x_A - x_B|$

ب) نادرست؛ اگر طول مستطیل را با a و عرض آن را با b نمایش دهیم، داریم:

$$\text{محیط} = ۲(a+b) = ۱۱ \Rightarrow a+b = ۵/۵$$
$$\text{مساحت} = ab = ۷/۵$$

بنابراین اضلاع مستطیل، ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۵/۵x + ۷/۵ = ۰$ می‌باشند. از آنجا که مقدار Δ در این معادله مثبت می‌باشد، پس چنین مستطیلی وجود دارد.

پ) نادرست؛ بر روی دو خط موازی با آن واقع هستند.

ت) نادرست

نکته: نوعی از استدلال که در آن با مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت، نتیجه‌ای کلی از آن گرفته می‌شود؛ یعنی «از جزء به کل می‌رسیم»، استدلال استقرایی نامیده می‌شود.

-۳

الف) گزینهٔ ۱

نکته: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰, y_۰)$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$$

ابتدا معادلهٔ خط را به‌صورت $۴x - ۳y + ۴ = ۰$ مرتب می‌کنیم. اکنون داریم:

$$AH = \frac{|۴\times۲ - ۳\times۳ + ۴|}{\sqrt{۴^۲ + (-۳)^۲}} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

ب) گزینهٔ ۳

$$x_S = -\frac{۲}{۲(-۱)} = ۱ \Rightarrow \text{ماکزیمم} = f(۱) = -۱^۲ + ۲\times۱ - ۳ = -۲$$

پ) گزینهٔ ۲

نکته: برای حل یک معادلهٔ رادیکالی می‌توان جملات را طوری در طرفین تساوی جابه‌جا کرد که یک عبارت رادیکالی به‌تنهایی در یک طرف تساوی قرار گیرد. سپس با به توان رساندن طرفین معادله و در صورت لزوم با تکرار این عمل، معادله را از شکل رادیکالی خارج کرد. پس از حل معادله باید مطمئن شویم که جواب‌های حاصل در معادلهٔ اولیه صدق می‌کنند.

$$x = \sqrt{x} + ۲ \Rightarrow \sqrt{x} = x - ۲ \Rightarrow x = (x-۲)^۲ \Rightarrow x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۴ \end{cases}$$

از آنجا که $x = ۱$ در معادلهٔ اصلی صدق نمی‌کند، تنها جواب $x = ۴$ قابل‌قبول است.

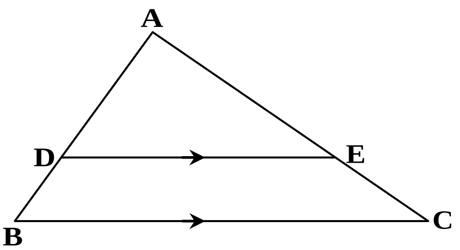
ت) گزینهٔ ۴

نکته (قضیهٔ تالس و تعمیم آن):

فرض کنید مانند شکل مقابل پاره‌خط DE موازی ضلع BC باشد. آن‌گاه:

تالس (جزء به جزء): $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

تعمیم تالس (جزء به کل): $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$



$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{AE+۳} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow[\text{درمخرج}]{\text{تفضیل نسبت}} \frac{AE}{۳} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow AE = \frac{۳\times۳}{۲} = ۴/۵$$

۴-

الف)

نکته: مختصات نقطهٔ وسط پاره‌خط AB عبارت است از $M(\frac{x_A+x_B}{۲},\frac{y_A+y_B}{۲})$.

نکته: فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ برابر است با $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}$.

ابتدا مختصات M یعنی وسط ضلع BC را به‌دست می‌آوریم.

$$x_M=\frac{x_B+x_C}{۲}=\frac{۳-۱}{۲}=۱ \qquad y_M=\frac{y_B+y_C}{۲}=\frac{۳+۱}{۲}=۲ \Rightarrow M(۱,۲)$$

اکنون طول میانهٔ AM را حساب می‌کنیم:

$$AM=\sqrt{(x_A-x_M)^۲+(y_A-y_M)^۲}=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۰-۲)^۲}=\sqrt{۵}$$

ب) شیب خط BC برابر است با:

$$m_{BC}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C}=\frac{۳-۱}{-۱-۳}=-\frac{۱}{۲}$$

ارتفاع بر BC عمود است، پس شیب آن قرینهٔ معکوس شیب BC یعنی ۲ می‌باشد. همچنین ارتفاع وارد بر BC از نقطهٔ A عبور می‌کند. بنابراین:

$$\text{معادلهٔ ارتفاع}: y=۲x+h \xrightarrow{A(۲,۰)} ۰=۲\times۲+h \Rightarrow h=-۴ \Rightarrow \text{معادلهٔ ارتفاع}: y=۲x-۴$$

۵-

نکته: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_\circ,y_\circ)$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$d=\frac{|ax_\circ+by_\circ+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

فاصلهٔ رأس A از خط $y-۳x+۲=۰$ همان ضلع مربع است.

$$AH=\frac{|۱-۳k+۲|}{\sqrt{۱+۹}}=\frac{|۳k-۳|}{\sqrt{۱۰}}$$

مساحت مربع برابر $AH^۲$ می‌باشد.

$$S=AH^۲=\frac{(۳k-۳)^۲}{۱۰}=۰/۹ \Rightarrow (۳k-۳)^۲=۹ \Rightarrow ۹k^۲-۱۸k+۹=۹ \Rightarrow ۹k^۲-۱۸k=۰ \Rightarrow ۹k(k-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases}k=۰\\k=۲\end{cases}$$

۶-

با فرض $x^۲=k$ خواهیم داشت:

$$۲k^۲-۳k-۲=۰ \Rightarrow k=\frac{۳\pm\sqrt{۹+۱۶}}{۴}=\frac{۳\pm۵}{۴} \Rightarrow \begin{cases}k=۲\\k=-\frac{۱}{۲}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^۲=۲ & \checkmark\\x^۲=-\frac{۱}{۲} & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$x^۲=۲ \Rightarrow x=\pm\sqrt{۲}$$

۷-

نکته: اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰ \quad (a\neq۰)$ باشند، آن‌گاه:

$$\alpha+\beta=S=-\frac{b}{a} \ , \ \alpha\cdot\beta=P=\frac{c}{a}$$

$$S=\alpha+\beta=-m^۲$$
$$P=\alpha\beta=۴m$$
$$S=P+۴ \Rightarrow -m^۲=۴m+۴ \Rightarrow m^۲+۴m+۴=۰ \Rightarrow (m+۲)^۲=۰ \Rightarrow m=-۲$$

۸-

راه‌حل اول:

رأس سهمی نقطهٔ $(۱,۳)$ است. ضابطهٔ سهمی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$y=a(x-۱)^۲+۳$$

سهمی از نقطهٔ $(۳,-۵)$ عبور می‌کند:

$$-۵=a(۳-۱)^۲+۳ \Rightarrow a=-۲$$

در نتیجه:

$$y=-۲(x-۱)^۲+۳=-۲x^۲+۴x+۱ \Rightarrow \begin{cases}a=-۲\\b=۴\\c=۱\end{cases}$$

راه‌حل دوم:

طول رأس سهمی برابر ۱ بوده و سهمی از نقاط $(۱,۳)$ و $(۳,-۵)$ عبور می‌کند:

$$-\frac{b}{۲a}=۱ \Rightarrow ۲a=-b$$

$$f(۱)=۳ \Rightarrow a\times ۱^۲+b\times ۱+c=۳ \Rightarrow a+b+c=۳$$

$$f(۳)=-۵ \Rightarrow a\times ۳^۲+b\times ۳+c=-۵ \Rightarrow ۹a+۳b+c=-۵$$

از حل معادلات فوق خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a=-۲ \\ b=۴ \\ c=۱ \end{cases}$$

-۹

راه‌حل اول:

دهانهٔ سهمی روبه پایین است. بنابراین $a<۰$ می‌باشد.

نمودار تابع محور yها را در قسمت مثبت قطع کرده است. در نتیجه $c>۰$ می‌باشد.

طول رأس سهمی مثبت است، بنابراین $-\frac{b}{۲a}>۰$ و چون $a<۰$ پس $b>۰$ است.

راه‌حل دوم:

دهانهٔ سهمی روبه پایین است، بنابراین $a<۰$ می‌باشد.

حاصل‌ضرب ریشه‌ها منفی است، بنابراین $\frac{c}{a}<۰$ و چون $a<۰$، پس $c>۰$ می‌باشد.

حاصل جمع ریشه‌ها مثبت است، بنابراین $-\frac{b}{a}>۰$ و چون $a<۰$، پس $b>۰$ می‌باشد.

-۱۰

نکته: برای حل یک معادلهٔ گویا می‌توان دو طرف تساوی را پس از تجزیه‌کردن مخرج‌ها، در کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) مخرج‌ها ضرب کرد تا معادله از شکل کسری خارج شود. جواب‌های به‌دست‌آمده نباید مخرج کسرها را صفر کنند و این جواب‌ها باید در معادلهٔ اولیه صدق کنند.

راه‌حل اول:

اگر لیلا در x ساعت کار را انجام دهد، شیرین در $x+۴$ ساعت انجام خواهد داد. لیلا در ۱ ساعت $\frac{۱}{x}$ کار و شیرین $\frac{۱}{x+۴}$ کار را انجام خواهند داد. این دو با هم در $\frac{۳}{۲}$ ساعت کار را تمام می‌کنند یعنی در ۱ ساعت $\frac{۲}{۳}$ کار را انجام می‌دهند.

$$\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۴}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{x+۴+x}{x(x+۴)}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow ۲x(x+۴)=۳(۲x+۴) \Rightarrow ۲x^۲+۲x-۱۲=۰ \Rightarrow x^۲+x-۶=۰$$

$$\Rightarrow (x+۳)(x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۳ & \text{غ ق ق} \\ x=۲ & \checkmark \end{cases}$$

لیلا به‌تنهایی در ۲ ساعت کار را انجام می‌دهد.

راه‌حل دوم:

اگر شیرین در x ساعت کار را انجام دهد، لیلا در $x-۴$ ساعت انجام خواهد داد. شیرین در ۱ ساعت $\frac{۱}{x}$ کار و لیلا در ۱ ساعت $\frac{۱}{x-۴}$ کار را انجام خواهند دارد. این دو با هم در $\frac{۳}{۲}$ ساعت کار را تمام می‌کنند یعنی در ۱ ساعت $\frac{۲}{۳}$ کار را انجام می‌دهند.

$$\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x-۴}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{x-۴+x}{x(x-۴)}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow ۲x(x-۴)=۳(۲x-۴) \Rightarrow ۲x^۲-۱۴x+۱۲=۰ \Rightarrow x^۲-۷x+۶=۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x-۶)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ & \text{غ ق ق} \\ x=۶ & \checkmark \end{cases}$$

پس لیلا به‌تنهایی در $۶-۴=۲$ ساعت کار را انجام می‌دهد.

۱۱-

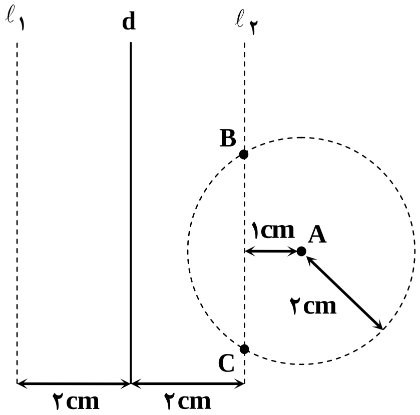
نکته: برای حل یک معادلهٔ رادیکالی می‌توان جملات را طوری در طرفین تساوی جابه‌جا کرد که یک عبارت رادیکالی بـه‌تنهـایی در یـک طـرف تساوی قرار گیرد. سپس با به توان رساندن طرفین معادله و در صورت لزوم با تکرار این عمل، معادله را از شکل رادیکالی خارج کرد. پس از حـل معادله باید مطمئن شویم که جواب‌های حاصل در معادلهٔ اولیه صدق می‌کنند.

$$۱-x=\sqrt{۲-\frac{x}{۲}} \Rightarrow (۱-x)^۲=۲-\frac{x}{۲} \Rightarrow x^۲-۲x+۱=۲-\frac{x}{۲} \Rightarrow x^۲-\frac{۳}{۲}x-۱=۰ \Rightarrow ۲x^۲-۳x-۲=۰$$

$$\Rightarrow x=\frac{۳\pm\sqrt{۹+۱۶}}{۴}=\frac{۳\pm۵}{۴} \Rightarrow \begin{cases} x=۲ & \text{غ ق ق} \\ x=-\frac{۱}{۲} & \checkmark \end{cases}$$

جواب $x=۲$ غیرقابل قبول است زیرا در معادلهٔ اولیه صدق نمی‌کند.

۱۲-



تمامی نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۲cm می‌باشند بر روی دو خط $\ell_۱$ و $\ell_۲$ موازی بـا d و به فاصلهٔ ۲cm از آن می‌باشند.

همهٔ نقاطی که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۲cm هستند بر روی یک دایره به مرکز A و شـعاع ۲cm قرار دارند.

با توجه به شکل، این مکان‌ها در ۲ نقطهٔ B و C اشتراک دارند. بنابراین ۲ نقطه با شـرایط مسئله وجود دارد.

۱۳-

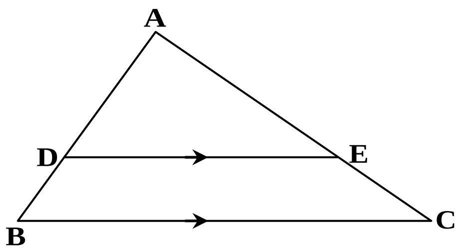
مساحت مثلث ABC را از دو راه به‌دست آورده و با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{AB\times AC}{۲}=\frac{AH\times BC}{۲} \Rightarrow AB\times AC=AH\times BC \Rightarrow \frac{AH}{AB}=\frac{AC}{BC}$$

۱۴-

نکته (قضیهٔ تالس و تعمیم آن):

فرض کنید مانند شکل مقابل پاره‌خط DE موازی ضلع BC باشد. آن‌گاه:



تالس (جزء به جزء): $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

تعمیم تالس (جزء به کل): $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

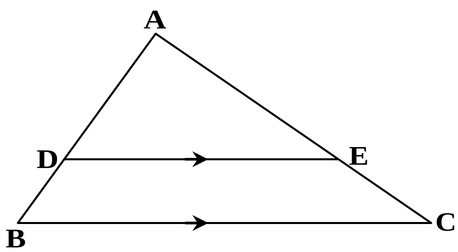
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{CE} \Rightarrow \frac{۱}{x}=\frac{x}{x+۲} \Rightarrow x^۲=x+۲ \Rightarrow x^۲-x-۲=۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۱ & \text{غ ق ق} \\ x=۲ & \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{۱/۵}{y}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow y=۴/۵$$

۱۵-

نکته (قضیهٔ تالس و تعمیم آن):

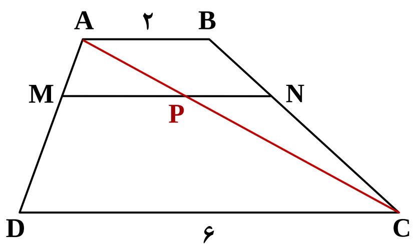
فرض کنید مانند شکل مقابل پاره‌خط DE موازی ضلع BC باشد. آن‌گاه:



تالس (جزء به جزء): $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

تعمیم تالس (جزء به کل): $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

قطر AC را رسم می‌کنیم.



$$\frac{MP}{CD}=\frac{AM}{AD}=\frac{۱}{۳} \Rightarrow MP=\frac{۱}{۳}CD=\frac{۱}{۳}\times۶=۲$$

$$\frac{NP}{AB}=\frac{CN}{BC}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow NP=\frac{۲}{۳}AB=\frac{۲}{۳}\times۲=\frac{۴}{۳}$$

بنابراین:

$$MN=MP+NP=۲+\frac{۴}{۳}=\frac{۱۰}{۳}$$